Mécanique quantique : TD n°2

Jean-Baptiste Théou

16 novembre 2009

Table des matières

Chapitre 1

Dualité onde-corpuscule

D'après la relation de Louis de Broglie, tous corpuscule, tout comme les photons, peuvent avoir un comportement ondulatoire. On associe à une particule de masse m et de vitesse v une longeur d'onde λ à l'aide de la relation :

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{h}{mv} \\ &= \frac{h}{p}\end{aligned}$$

Nous allons déterminer la longeur d'onde associés à une particule materielle dans plusieurs cas

1.1 Neutron thermique

Un neutron thermique est un neutron dont la vitesse correspond à l'énergie thermique de translation

$$\begin{aligned}E_{\mathrm{th}} &= \frac{3}{2}kT \\ &= \frac{1}{2}mv^2 \\ &= \frac{p^2}{2m}\end{aligned}$$

On obtient donc que

$$p = \sqrt{3mkT}$$

La longeur d'onde associée au neutron est donc

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{h}{\sqrt{3mkT}} \\ &= 4 \cdot 10^{-10}\ m\end{aligned}$$

On obtient une longeur d'onde du même ordre de grandeur que la distance entre les atomes d'un reseau cristallin. C'est pour cela que l'on peut utiliser ce type de particule dans la diffraction pour un reseau cristallin.

1.2 Électron accéléré par une différence de potentiel

On considère un électron accéléré par une différence de potentiel V. Dans ce cas, nous avons

$$\begin{aligned} E &= qV \\ &= \frac{p^2}{2m} \end{aligned}$$

On obtient donc que

$$p = \sqrt{2mqV}$$

On obtient donc que

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{h}{p} \\ &= \frac{h}{\sqrt{2mqV}} \\ &= \frac{12.3}{\sqrt{V}} 10^{-10}\ m \end{aligned}$$

1.3 Électron relativiste

On considère un électron relativiste d'énergie 1 GeV. D'après la relation de l'énergie dans le cas relativiste

$$E^2 = p^2c^2 + m^2c^4$$

On obtient :

$$p = \frac{\sqrt{E^2 - m^2c^4}}{c}$$

La longeur d'onde de cet électron est

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{h}{p} \\ &= 1.2 \cdot 10^{-15}\ m \end{aligned}$$

La longeur d'onde est de l'ordre des dimensions nucléaires[A].

[A] C'est pour cela que l'on utilise les électrons accéléré pour observé au plus bas niveau de l'architecture de la matière.

1.4 Grain de poussière

On considère un grain de poussière de masse $m = 10^{-13}\ kg$ et de vitesse $v = 1\ mm.s^{-1}$. Par définition :

$$p = mv$$

On obtient

$$\begin{aligned}\lambda &= \frac{h}{p} \\ &= 6.6 \cdot 10^{-16}\ m\end{aligned}$$

On obtient que λ est négligable devant les dimensions du grain de poussière. C'est pour cela que l'on n'observe pas le caractère ondulatoire de la matière à l'échelle macroscopique.

Chapitre 2

Principe d'indétermination d'Heisenberg

La position et l'impulsion ne peuvent être déterminé simultanement avec une précision arbitraire. La relation d'Heisenberg est

$$\Delta x \Delta p \geq \frac{\hbar}{2}$$

2.1 Question a

On considère le modèle semi-classique de l'atome de Bohr. Dans ce modèle, les orbites possibles sont quantifié :

$$r_n = n^2 a_0$$

Avec

$$\begin{cases} n : \text{ un entier strictement positif.} \\ a_0 : \text{ le rayon de Bohr.} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} a_0 &= \frac{h^2 \varepsilon_0}{\pi m_e q_e^2} \\ &= 0.529\ pm \end{aligned}$$

On suppose que le rayon de Bohr est connu avec une précision[A] de 1%. D'après la relation d'Heisenberg, on obtient que

$$\begin{aligned} \Delta v &= \frac{\hbar}{2m\Delta x} \\ &= 1 \cdot 10^8\ m.s^{-1} \end{aligned}$$

[A] C'est à dire : $\frac{\Delta x}{x} = 0.01$, avec ici $x = a_0$.

On obtient que le modèle de Bohr n'est pas réalise, car Δv est de l'ordre de la vitesse de la lumière.