Physique statistique : TD n°1

Jean-Baptiste Théou

20 novembre 2009

Table des matières

Chapitre 1

Rappels sur les probabilités

Soit Ω un ensemble qui représente les éléments $\Omega_1, \ldots, \Omega_n$.

$$\begin{cases} \Omega = \{\Omega_1, \ldots, \Omega_n\} \\ \mathrm{Card}(\Omega) = n \end{cases}$$

On appelle $P(\Omega_i)$ la probabilité d'avoir l'évenement Ω_i. Il y a trois axiomes :

$$\begin{cases} P(\Omega_i) \geq 0 \\ P(\Omega) = 1 \\ P(\Omega_i \cup \Omega_j) = P(\Omega_i) + P(\Omega_j) - P(\Omega_i \cap \Omega_j) \end{cases}$$

1.1 Définition empirique

On réalise n fois la même expérience, on obtient l'évenement Ω_i n_i fois.

$$P(\Omega_i) = \lim_{n \to +\infty} \frac{n_i}{n}$$

Dans le cas particulier d'évenement équiprobable, on a

$$P(\Omega_i) = \frac{1}{\mathrm{card}(\Omega)}$$

De manière générale, on peut écrire que $P(\Omega_i)$ est égale au nombre de possibilité d'avoir Ω divisé par le nombre totale de cas possible.

$$P(\Omega_i) = \frac{\Omega_i}{\sum_j \Omega_j}$$

1.1.1 Dénombrer les cas possibles (analyse combinatoire)

Objets distinct, discernables, sans remise

Considérons des tirages parmis N objets distinct et discernables, sans remise. Pour N tirages successifs parmis les N objets, on obtient $N!$ possibilité. Par généralisation, pour n tirages successifs parmis les N objets, on obtient

$$A_N^n = \frac{N!}{(N-n)!} \text{ possibilité}$$

Objets distinct, indiscernables, sans remise

Considérons maintenant des tirages parmis N objets distinct et indiscernables, sans remise. Pour N tirages successifs parmis les N objets, dans ce cas, le nombre de possibilité est donnée par

$$C_N^N = \frac{A_N^N}{N!}$$

Par généralisation, pour n tirages successifs parmis les N objets, on obtient :

$$C_N^n = \frac{N!}{n!(N-n)!} \text{ possibilité}$$

Chapitre 2

TP n°1

2.1 Question I

On considère des particules indiscernables, sachant que l'on ne peut mettre qu'une seule particule par niveau de dégénérésence.

2.1.1 Question 2

On considère un niveau d'énergie ε_i, avec g_i son niveau de dégénérésence[A], peuplé de n_i particules avec necessairement $n_i \leq g_i$. On obtient :

$$\begin{aligned} \Omega(\varepsilon_i) &= C_{g_i}^{n_i} \\ &= \frac{g_i!}{n_i!(g_i - n_i)!} \end{aligned}$$

Pour plusieurs niveaux d'énergie :

$$\Omega(\mathrm{Etat}_{\mathrm{macro}}) = \prod_i C_{g_i}^{n_i}$$

2.2 Question II

On considère des particules indiscernables, sachant que l'on ne peut mettre un nombre quelconque de particules par niveau de dégénérésence.

[A] Appelé aussi poid statistique.

2.2.1 Question 2

On considère un niveau d'énergie ε_i, avec g_i son niveau de dégénérésence, peuplé de n_i particules avec necessairement $n_i \leq g_i$. Dans ce cas :

$$\begin{aligned}\Omega(\varepsilon_i) &= C_{n_i+g_i-1}^{n_i} \\ &= \frac{(n_i+g_i-1)!}{n_i!(g_i-1)!}\end{aligned}$$

Pour plusieurs niveaux d'énergie :

$$\Omega(\text{Etat}_{\text{macro}}) = \prod_i C_{n_i+g_i-1}^{n_i}$$